

## Tematyka CPS 2016. Część I

- Zalecana literatura: 1. T. P. Zieliński, *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów*, WKŁ, Warszawa  
2. R. G. Lyons, *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów*, WKŁ, Warszawa  
3. J. Szabat, *Podstawy teorii sygnałów*, WKŁ, Warszawa

- Definicje całki z sygnału, wartości średniej sygnału, energii sygnału, mocy średniej sygnału, mocy średniej za okres. Określić klasy sygnałów, do których stosuje się odpowiednie definicje.
- Obliczenia mocy średniej za okres sygnałów okresowych ze składową stałą.
- Zadania typu: Do jakiej klasy należą sygnały:  $A \exp(-b|t|)$ ,  $b > 0$ , lub  $A(1 - \exp(-b t))$  dla  $t \geq 0$ ,  $0$  dla  $t < 0$ ,  $b > 0$ .
- Do jakiej klasy należą sygnały:  $A \sin(2\pi f_0 t)$  i  $\text{sza}(t/T)$ . Które z wielkości zdefiniowanych w (1) należy zastosować do charakteryzowania tych sygnałów?
- Przestrzeń metryczna, przykłady metryk. Przestrzenie liniowe.
- Iloczyn skalarny. Norma sygnału. Przykłady w różnych przestrzeniach, sygnały ciągłe i dyskretne.
- Pojęcie kąta między sygnałami. Ortogonalność i ortonormalność.
- Przestrzenie unitarne. Przestrzenie Hilberta sygnałów.
- Wzór Parsewala.
- Zbiory ortonormalnych funkcji bazowych. Właściwości. Przykłady, zwłaszcza funkcje trygonometryczne rzeczywiste, harmoniczne zespolone.
- Podstawowe właściwości dystrybucji  $\delta(t)$ . Znaczenie tej dystrybucji w teorii sygnałów.
- Definicja i podstawowe właściwości transformacji Fouriera sygnałów z czasem ciągłym.
- Wyprowadzenia wzorów na  $F(\omega)$  podstawowych funkcji:  $\delta(t)$ , funkcji grzebieniowej  $\text{sza}(t)$ ,  $\text{sgn}(t)$ , stałej  $A$ , eksponencjalnej  $A \exp(j\omega t)$ .
- Skok jednostkowy  $I(t)$ , definicja, transformata Fouriera tego sygnału. Znaczenie w teorii sygnałów.
- Wzory na transformatę Fouriera  $F(\omega)$  funkcji  $\sin(2\pi f_0 t)$  i  $\cos(2\pi f_0 t)$ . Dyskusja wyników.
- Transformata  $F(\omega)$  sygnału bramki  $x(t) = A$  dla  $|t| < T$ ,  $T = 0,5$ ;  $x(t) = 0$  wszędzie indziej.
- Związek pomiędzy współczynnikami zespolonego szeregu Fouriera sygnału okresowego a jego transformatą Fouriera.
- Obliczyć  $F(n\omega_0)$  okresowego sygnału bramki  $g(t) = A \Pi(t/\tau)$ , np. dla  $\tau = 0,1$ ,  $T = 1$ . Sporządzić wykres  $|F(n\omega_0)|$ .
- Twierdzenie o próbkowaniu (Kotelnikowa -Shannona). Szereg Kotelnikowa.
- Warunki zastosowania DFT. Próbkowanie synchroniczne z sygnałem. Warunki na  $T_{SMAX}$ ,  $T_{WMIN}$ ,  $F_{SMIN}$ ,  $N_{MIN}$ .
- Definicja DFT. Podstawowe właściwości DFT. Właściwości DFT sygnału rzeczywistego.
- DFT sygnałów dyskretnych  $\sin()$  i  $\cos()$  oraz ich kombinacji liniowych.
- Równość Parsewala dla DFT. Widmo mocy sygnału  $P_{xx}(n)$ .
- Wyjaśnić, na czym polega zjawisko powielania i nakładania się widm przy próbkowaniu (błąd aliasingu).
- Próbkowanie niesynchroniczne. Efekt przecieku widma.
- Zależności pomiędzy parametrami próbkowania ( $T_w$ ,  $T_s$ ,  $N$ ) w czasie (dla sygnału rzeczywistego okresowego) a DFT tego sygnału. Rozdzielczość częstotliwościowa DFT. Umiejętność wykonania odpowiedniego szkicu.
- Podstawowe funkcje okien dla danych (prostokątne, Hanna, Blackmana, Kaisera) i ich podstawowe właściwości.
- Zadania typu: Szereg wejściowy ma np. postać  $x(k) = 100 \cos(2\pi 10/64 k)$ ,  $k = 0, 1, \dots, 63$  ( $N = 64$ ). Próbkowano go w czasie np. 6 okresów. Zastosowano do niego okno Hanna. Co otrzymano na wyjściu algorytmu DFT( $N$ )?
- Zadania typu: Podać warunki prawidłowego synchronicznego próbkowania sygnału okresowego o postaci według podanego wzoru. Podać  $F_{SMIN}$ ,  $N$ ,  $T_{WMIN}$  (na podstawie twierdzenia o próbkowaniu). Trzeba umieć określić amplitudy i częstotliwości składowych tego sygnału, także wartość skuteczną i średnią. Umiejętność sporządzenia właściwego szkicu.

$$x(t) = \sum_{m=1}^{M-1} A_m \cos\left(m \frac{2\pi}{T} t + \varphi_m\right)$$

- Sygnały  $x(t)$  o postaci według podanego wzoru. Wartość  $f_1$  nie jest dokładnie znana (np.  $f_1 \approx 10$  Hz) – próbkowanie niesynchronizowane z okresem sygnału. Określić warunki próbkowania tego sygnału, jeśli stosuje się okno: a) prostokątne, b) Hanna, c) Blackmana. Objasnić kryteria wyboru parametrów próbkowania (wybór  $T_w$  i  $F_s$ , stąd wyznacza się  $N$ ). Jak będą wyglądały moduły widma DFT w tych przypadkach (szkic).

## Tematyka CPS 2016. Część II

1. Transformacja Laplace'a. Definicja, zastosowania (metoda operatorowa).
2. Transmitancja operatorowa prostych układów liniowych RLC i jej obliczanie w prostych przykładach.
3. Przekształcenie Z: definicje, podstawowe właściwości. Obszary zbieżności  $X(z)$ . Zera i bieguny  $X(z)$ .
4. Transformaty Z wybranych szeregów i dyskretnych modeli podstawowych sygnałów (*impuls jednostkowy, skok jednostkowy, szereg potęgowy, sin i cos, liniowo narastający*, itp.).
5. Metody wyznaczania odwrotnej transformaty Z ( m.in. metoda rozkładu na ułamki proste).
6. Związki pomiędzy transformacjami Laplace'a, Fouriera, Z. Dziedziny zastosowań tych transformacji.
7. Filtry cyfrowe, definicje, elementy strukturalne, opis w dziedzinie czasu dyskretnego i w dziedzinie Z.
8. Typy filtrów SOI i NOI. Właściwości, przykłady.
9. Elementy struktur filtrów cyfrowych – zdefiniować, podać proste przykłady struktury filtru realizującego:  $H(z) = L(z)$ ,  $H(z) = 1/M(z)$  oraz  $H(z)=L(z)/M(z)$ .
10. Odpowiedź impulsowa filtru cyfrowego i jej znaczenie. Związek z położeniem zer i biegunów  $H(z)$ . Stabilność filtru w sensie BIBO.
11. Zadania typu: dana jest transmitancja filtru cyfrowego o pewnej postaci  $H(z)$ . Wyznaczyć charakterystyki tego filtru (położenie biegunów/zer, charakterystyka częstotliwościowa  $H(\omega)$ , odpowiedź impulsowa, równanie różnicowe, schemat strukturalny itd.).
12. Zadania typu: obliczyć  $F(z)$  szeregu czasowego danego bezpośrednio, np.  $x(k) = \delta(k) - 3\delta(k-1) + 2\delta(k-2) + \delta(k-3)$  . Czy może to być charakterystyka filtru cyfrowego – jeśli tak – jakiego - narysować jego graf, wypisać równanie różnicowe.
13. Zdefiniować i objaśnić pojęcia transmitancji  $H(z)$  filtru oraz jego charakterystyki częstotliwościowej  $H(e^{j\omega})$ ,  $H(j\omega)$ .
14. Zadania typu: Filtr SOI ma daną odpowiedź impulsową , np.  $h(n) = \{1, 0, 0, -1, 0, 0, 0, \dots\}$ . Znaleźć  $H(z)$ , charakterystyki częstotliwościowe: amplitudową i fazową, itp. tego filtru (jak w (11)).
15. Filtry cyfrowe SOI o liniowej charakterystyce fazowej – definicja, warunki na charakterystyki filtru, przykłady.
16. Podstawowe metody projektowania filtrów NOI.
17. Funkcje korelacji dla sygnałów deterministycznych: definicje, właściwości.
18. Funkcja autokorelacji sygnałów harmonicznch. Korelacja wzajemna dwóch sygnałów sinusoidalnych o tej samej częstotliwości, przesuniętych w fazie. Wzory, właściwości.
19. Proces stochastyczny. Proces stochastyczny stacjonarny - właściwość stacjonarności.
20. Definicje wartości oczekiwanej i średniokwadratowej, wariancji, funkcji autokorelacji i autokowariancji oraz korelacji wzajemnej.
21. Procesy stochastyczne ergodyczne dyskretne. Średnie czasowe.
22. Funkcje autokorelacji szumu białego, idealnego szumu dolnopasmowego, szumu dolnopasmowego (szum biały po przejściu przez filtr dolnoprzepustowy I rzędu).
23. Estymator dyskretny funkcji autokorelacji i autokowariancji.
24. Twierdzenie Wienera – Chinczyna. Właściwości funkcji widmowej gęstości mocy.
25. Próbkowanie sygnałów stochastycznych.
26. Periodogram – definicja, właściwości.
27. Numeryczne metody obliczania widmowej gęstości mocy. Różne metody bazujące na periodogramie.
28. Szum biały, proces stochastyczny dolnopasmowy idealny – właściwości ich widma.
29. Interpretacja fizyczna widma mocy.
30. Przejście sygnału losowego przez układ liniowy. Widma i autokorelacje sygnałów wejściowego i wyjściowego.
31. Przejście sygnału losowego przez układ liniowy: korelacje wzajemne i widma wzajemne.
32. Modelowanie parametryczne. Procesy AR, MA, ARMA. Modelowanie AR.
33. Cyfrowa filtracja adaptacyjna. Podstawy teoretyczne. Filtr Wienera.
34. Filtry adaptacyjne LMS.
35. Podstawy techniki CPS – procesory DSP.
36. Zagadnienia dyskretyzacji sygnałów fizycznie obserwowalnych, próbkowanie i kwantowanie sygnałów w torach pomiarowych.
37. Własne zagadnienie z zakresu CPS (*konieczne do oceny celującej, warunkiem jest ocena bdb z egzaminu 1 i z laboratorium, trzeba wcześniej zadeklarować; indywidualne, niepowtarzalne, własne rozważania na podstawie cytowanych źródeł, nieskopiowane z Internetu, należy dostarczyć przed 2 terminem egzaminu, ok. 4 strony A4, może być w formie indywidualnego sprawozdania podobnego do sprawozdania z ćwiczenia laboratoryjnego*).