

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami dotyczącymi filtracji sygnałów, charakterystyk wybranych filtrów elektrycznych i sposobami pomiaru tych charakterystyk oraz wyznaczania parametrów filtrów.

2. Wprowadzenie

Przedmiotem ćwiczenia są filtry elektryczne, czyli układy elektryczne cechujące się zdolnością różnicowania sygnałów elektrycznych pod względem ich właściwości częstotliwościowych. Filtry reprezentuje się w postaci **czwórników** elektrycznych i opisuje za pomocą **funkcji przenoszenia** w dziedzinie częstotliwości oraz **odpowiedzi impulsowej** w dziedzinie czasu (odpowiedź na deltę Diraca). **Funkcja przenoszenia $\underline{H}(f)$** , nazywana również **transmitancją widmową filtru**, jest funkcją zespoloną, zdefiniowaną jako:

$$\underline{H}(f) = \frac{\underline{U}_{WY}(f)}{\underline{U}_{WE}(f)} = A(f) e^{j\Phi(f)},$$

gdzie $\underline{U}_{WY}(f)$, $\underline{U}_{WE}(f)$ – zespolone wartości skuteczne napięcia wyjściowego i wejściowego filtru, $j = \sqrt{-1}$.

Pełny opis filtru wymaga zatem użycia dwóch rzeczywistych funkcji częstotliwości: modułu $A(f)$ i kąta przesunięcia fazowego $\Phi(f)$, nazywanych odpowiednio **charakterystyką amplitudową** i **charakterystyką fazową** filtru. Obie charakterystyki można wyznaczyć doświadczalnie za pomocą **sinusoidalnego** sygnału pomiarowego, którego częstotliwość f jest zmieniana. Charakterystykę $A(f)$ można wyznaczyć mierząc stosunek wartości skutecznych napięcia wyjściowego filtru do jego napięcia wejściowego, np. za pomocą dwóch woltomierzy. Charakterystykę fazową można wyznaczyć mierząc kąt przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałami: wejściowym i wyjściowym za pomocą np. metody oscyloskopowej. W niektórych przypadkach transmitancje filtrów wyrażają się prostymi wzorami, np. filtry pierwszego rzędu dolnoprzepustowe i górnoprzepustowe oraz szeregowy obwód rezonansowy RLC (Tabela 1).

Filtry znajdują zastosowania głównie w urządzeniach elektronicznych i elektrycznych. Stosuje się je tam, gdzie zachodzi potrzeba wyeliminowania z widma sygnałów składowych o niepożądanych częstotliwościach a przepuszczenia tylko pożądaných. Pasma częstotliwości, w którym widmo sygnału jest nietłumione lub mało tłumione nazywa się pasmem przepustowym, a pasmo w którym sygnały są silnie tłumione nazywa się pasmem tłumienia lub zaporowym. Częstotliwość, która rozdziela te pasma, nazywana jest częstotliwością graniczną f_g . Filtr może mieć więcej niż jedną częstotliwość graniczną.

Istnieje wiele kryteriów podziału filtrów. Według pasma częstotliwości filtry dzieli się na:

- dolnoprzepustowe (FDP) – pasmo przepustowe zawiera się od częstotliwości $f = 0$ Hz do częstotliwości granicznej f_g ; zakres $f > f_g$ to pasmo zaporowe,
- górnoprzepustowe (FGP) – pasmo przepustowe zawiera się od częstotliwości granicznej f_g do nieskończoności,
- pasmowo-przepustowe (FSP) – pasmo przepustowe zawiera się od dolnej częstotliwości granicznej f_{g1} do górnej częstotliwości f_{g2} przy czym $f_{g1} < f_{g2}$,
 - ◆ selektywne – pasmo przepustowe jest stosunkowo wąskie, tzn. $(f_{g2} - f_{g1}) \ll f_{g1}$,
- pasmowo-zaporowe (FSZ) - pasmo przepustowe zawiera się częstotliwości $f = 0$ Hz do częstotliwości granicznej f_{g1} i od częstotliwości granicznej f_{g2} do nieskończoności.

Według techniki realizacji filtry dzieli się na:

- analogowe – z uwagi na rodzaj elementów zastosowanych do budowy filtrów wyróżnia się:
 - ◆ **pasywne** – zbudowane tylko z elementów RLC,
 - ◆ **aktywne** – do budowy są najczęściej wykorzystywane wzmacniacze operacyjne i elementy RC. W porównaniu do filtrów pasywnych, filtry aktywne wykazują szereg zalet. Ich podstawową zaletą jest stabilność pracy, łatwość przestrajania częstotliwości granicznych, brak tłumienia sygnału w paśmie przepustowym i możliwość wzmocnienia sygnału. Ważną zaletą jest możliwość wyeliminowania elementów indukcyjnych, co ma szczególne znaczenie przy małych częstotliwościach. Filtry aktywne mogą pracować od tysięcznych części Hz do kilkunastu MHz. Górna częstotliwość graniczna filtrów aktywnych jest ograniczona pasmem przenoszenia zastosowanego wzmacniacza.
- cyfrowe – są realizowane w układach procesorowych w oparciu o odpowiednie algorytmy obliczeniowe.

Operują one nie na rzeczywistym sygnale analogowym lecz na jego cyfrowej reprezentacji. Wynikiem filtracji jest również sygnał cyfrowy, który może być zamieniony na sygnał analogowy przy użyciu przetwornika cyfrowo-analogowego.

Podstawowe parametry charakteryzujące filtry to:

- typ charakterystyki filtru – dolnoprzepustowy, górnoprzepustowy, itp.,
- częstotliwości graniczne filtru – zwykle wyznaczana za pomocą kryterium 3 dB¹,
- charakterystyka amplitudowa filtru – zmiana tłumienia w funkcji częstotliwości,
- charakterystyka fazowa filtru – zmiana przesunięcia fazowego w funkcji częstotliwości,
- nachylenie zbocza charakterystyki przy przejściu od pasma przenoszenia do pasma tłumienia, zazwyczaj wyrażane w dB/dekadę lub dB/oktawę – dekada oznacza tu dziesięciokrotny wzrost/spadek częstotliwości, zaś oktawa dwukrotny wzrost lub spadek częstotliwości.

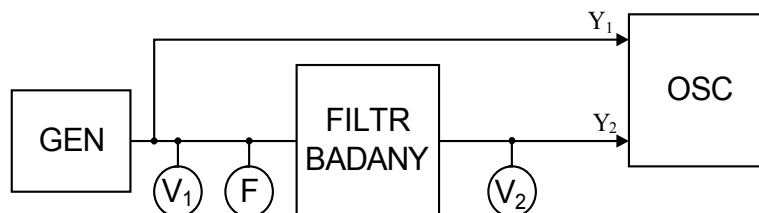
Przyjęto, że na wykresach charakterystyki amplitudowe filtrów są przedstawiane w skali logarytmicznej, przy czym oś częstotliwości jest osią z podziałką logarytmiczną a oś modułu wyraża się w decybelach ($A[\text{dB}] = 20 \log_{10} (U_{WY}/U_{WE})$). Dzięki takiemu założeniu uzyskuje się czytelne wykresy charakterystyk. Dalszym uproszczeniem są wykresy w postaci linii prostych – wykresy Bode'go. Przykłady filtrów RLC rozpatrywanych w ćwiczeniu to filtr dolnoprzepustowy (FDP), górnoprzepustowy (FGP) i pasmowo przepustowy (FSP). Odpowiednie charakterystyki teoretyczne przedstawiono w Tabeli 1.

Podstawowe liczbowe parametry charakterystyk badanych filtrów to:

- częstotliwości graniczne, np. górna częstotliwość graniczna, dolna częstotliwość graniczna,
- częstotliwość środkowa, dobroć (dla filtrów selektywnych),
- szerokość pasma przenoszenia,
- nachylenie zbocza charakterystyki amplitudowej, zwykle w dB/oktawa lub dB/dekada.

3. Zadania pomiarowe

1. Zmontować układ według schematu z rys. 1 (stosować przewody BNC).
2. Zmierzyć charakterystyki amplitudowe i fazowe² trzech filtrów. Pomiary wykonać przy co najmniej 15 częstotliwościach. Częstotliwość pomiarową dobierać według podziałki logarytmicznej dla filtrów FDP i FGP; według skali liniowej dla filtru selektywnego.
3. Zaobserwować odpowiedź filtrów na wejściowy sygnał prostokątny o odpowiednio dobranej częstotliwości (powinno być widoczne działanie filtru na sygnał wejściowy).
4. Wykreślić charakterystyki FDP i FGP we współrzędnych podwójnie logarytmicznych (oś y – tłumienie filtru w dB, oś x – częstotliwość w skali logarytmicznej). Charakterystyki fazowe: kąt: podziałka liniowa, częstotliwość w skali logarytmicznej (najlepiej na wspólnym rysunku dla danego filtru).
5. Charakterystyki układu selektywnego wykreślić następująco: tłumienie filtru (oś y) w dB, kąt fazowy - podziałka liniowa, częstotliwość - podziałka liniowa (oś x).



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego. GEN – przestrajany generator sygnału sinusoidalnego; OSC – oscyloskop dwukanałowy; V_1 , V_2 – woltomierze TRMS napięcia zmiennego; F – miernik częstotliwości.

1. Wzrost tłumienia o 3 dB oznacza, że wartość sygnału zmalała $\sqrt{2}$ razy
2. Najprostszy sposób pomiaru przesunięcia fazowego za pomocą oscyloskopu dwukanałowego polega na zmierzeniu odcinka czasu τ opóźnienia sygnału w pierwszym kanale względem sygnału w drugim kanale i obliczeniu przesunięcia fazowego (sygnały mają ten sam okres T) według wzoru $\Phi = \frac{2\pi\tau}{T}$ [rad] lub w stopniach $\Phi = \frac{360\tau}{T}$.

Tabela 1. Transmitancje widmowe i charakterystyki częstotliwościowe wybranych filtrów.

Typ filtru	Transmitancja $H(f)$	Charakterystyka amplitudowa	Charakterystyka fazowa
FDP I rzędu	$\frac{1}{1 + j \frac{f}{f_g}}$	$A(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_g}\right)^2}}$	$\Phi(f) = -\arctan\left(\frac{f}{f_g}\right)$
FGP I rzędu	$\frac{1}{1 - j \frac{f}{f_g}}$	$A(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_g}{f}\right)^2}}$	$\Phi(f) = \arctan\left(\frac{f_g}{f}\right)$
Selektywny RLC	$\frac{1}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 + j \frac{f}{Q_0 f_0}}$ <p>gdzie:</p> $Q_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot L}{R}$ <p>Q_0 - dobroć obwodu</p>	$A(f) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{f}{Q_0 \cdot f_0}\right)^2}}$	$\Phi(f) = \arctg\left[\frac{-\frac{f}{Q_0 f_0}}{1 - \frac{f}{f_0}}\right]$

Tabela 2. Schematy badanych filtrów RLC

FDP	FGP	Selektywny
		<p>R_L, L – model zastępczy rzeczywistej indukcyjności</p>
$f_g = \frac{1}{2\pi RC}$	$f_g = \frac{1}{2\pi RC}$	$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, $Q_0 = \frac{2\pi f_0 L}{R_W + R_L}$

Uwagi. Częstotliwości graniczne badanych filtrów (Tabela 2) wynoszą: FDP około 400 Hz, FGP około 1200 Hz, selektywny około 1900 Hz.

Przykład tabeli pomiarowej

L.P.	f [Hz]	U_{WE} [V]	U_{WY} [V]	$A(f)$ [V/V]	$A(f)$ [dB]	$\delta A(f)$ [%]	T [ms]	τ [ms]	$\Phi(f)$ [°]	$\Delta\Phi(f)$ [°]
1										
⋮										

4. Zadania i pytania kontrolne

- Wyrazić w dB wartości dziesiętne: 1; 0,7071; 2; 20; 0,05; 50.
- Podane są wartości w dB: 10; -6; 6; 26; -46 [dB]. Obliczyć odpowiednie wartości dziesiętne.
- Obliczyć częstotliwość graniczną f_g filtra dolnoprzepustowego I rzędu, jeśli $R=10$ k Ω , $C=1$ nF. Narysować charakterystykę amplitudową tego filtra (podać $A(f)$ w dB).
- Wykazać, że nachylenie charakterystyki amplitudowej filtra z zadania 3 wynosi -6 dB/oktawę lub, równoważnie, -20dB/dekadę.
- Obliczyć niepewność wyznaczenia częstotliwości granicznej Δf_g z zadania (3), jeżeli tolerancja elementów wynosi 5%.
- Wzmocnienie filtra aktywnego wynosi 20 V/V z błędem $\pm 1\%$. Przedstawić te dane w dB.
- Na podstawie danych przyrządów (V_1, V_2) obliczyć niepewność wyznaczenia $A(f)$ w % i w dB.
- Obliczyć częstotliwość środkową filtra selektywnego i jej niepewność, jeżeli $L=33$ mH, $C=220$ nF, a tolerancja wykonania tych elementów wynosi $\delta=5\%$.
- Na czym polega zjawisko rezonansu w szeregowym obwodzie RLC? Objasnić analizując impedancję obwodu w funkcji częstotliwości.
- Narysować charakterystyki amplitudowe filtrów: FDP, FGP, FSP, FSZ oraz ich uproszczone charakterystyki (linie proste). Zdefiniować parametry filtrów i zaznaczyć na rysunkach.

5. Literatura

- P. Horowitz, W. Hill, Sztuka elektroniki. WKiŁ, Warszawa 2003, tom I.
- S. Bolkowski, W. Brociek, H. Rawa, Teoria obwodów elektrycznych – zadania, WNT, Warszawa, 2003, rozdz. 3.3.

6. Zestaw przyrządów pomiarowych

- | | |
|---|--------|
| 1. Generator funkcyjny | 1 szt. |
| 2. Oscyloskop dwukanałowy | 1 szt. |
| 3. Voltomierz cyfrowy napięcia zmiennego - pasmo minimum 20 kHz | 2 szt. |
| 4. Cyfrowy miernik częstotliwości | 1 szt. |
| 5. Trójnik BNC | 1 szt. |
| 6. Makieta FILTRY | 1 szt. |