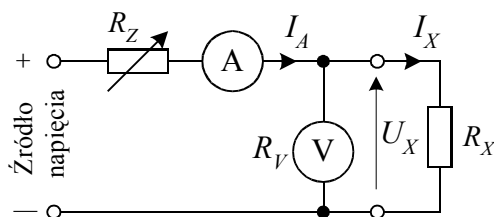


**Ćwiczenie nr 4. Liniowe i nieliniowe elementy bierne obwodów elektrycznych**

**Cel ćwiczenia:** Zapoznanie się ze sposobem opracowania wyników pomiarowych, obliczeniem niepewności wyniku pomiaru pośredniego. Zwrócenie uwagi na fakt, że niepewność pomiaru pośredniego zależy od niepewności pomiarów bezpośrednich i od mierzonej wielkości. Zapoznanie się z elementami liniowymi i nieliniowymi oraz wybranymi układami do pomiaru rezystancji.

**1. Program ćwiczenia**

- 1.1. W układzie jak na rys.1 wykonać pomiary charakterystyk napięciowo - prądowych  $U = f(I)$  następujących elementów: rezystor, żarówka, dioda półprzewodnikowa spolaryzowana w kierunku przewodzenia.
- 1.2. W celu porównania, zmierzyć rezystancję ww. elementów bezpośrednio omomierzem cyfrowym.
- 1.3. Wykreślić charakterystyki napięciowo-prądowe badanych elementów.
- 1.4. Obliczyć rezystancje statyczne  $R_S$  mierzonych elementów i sporządzić ich wykresy  $R_S = f(I)$ , obliczyć niepewności pomiarów rezystancji statycznych:  $\delta R_S, \Delta R_S$ .
- 1.5. Obliczyć rezystancję przyrostową  $R_P$  mierzonych elementów i wykonać ich wykresy  $R_P = f(I)$ , obliczyć niepewności wyznaczenia rezystancji przyrostowych:  $\delta R_P, \Delta R_P$ .
- 1.6. Umieścić w sprawozdaniu wnioski na podstawie analizy otrzymanych wykresów, obliczonych wartości rezystancji ( $R_S, R_P$ ) i ich niepewności  $\delta R_S, \delta R_P$ .



Rys.1. Schemat połączeń do pomiaru rezystancji statycznej i przyrostowej.

Rezystor  $R_Z$  zastosowano w celu zabezpieczenia badanych elementów przed uszkodzeniem.**Uwaga! Wstępnie nastawić  $R_Z$  na maksymalną wartość.**

- 1.7. Przykłady tabel zawierających wyniki pomiarów i obliczeń.

Tab.1. Wyniki pomiarów bezpośrednich i ich niepewności

Lp.	$I_A$ [mA]	$\Delta I_A$ [mA]	$\delta I_A$ [%]	$(I_A \pm \Delta I_A)$ [mA]	$U_V$ [V]	$\Delta U_V$ [V]	$\delta U_V$ [%]	$U_V$ [V] $\pm \Delta U_V$ [V]
1								
⋮								

Tab.2. Wyniki pomiarów rezystancji statycznych.

$I_A$ [mA]	$(R_S \pm \Delta R_S)$ [ $\Omega$ ]	$\delta R_S$ [%]
1		
⋮		

Tab.3. Wyniki pomiarów rezystancji przyrostowych

$I_P$ [mA]	$(R_P \pm \Delta R_P)$ [ $\Omega$ ]	$\delta R_P$ [%]
1		
⋮		

**Uwagi do wykonania pomiarów i ich opracowania:**

- Jako zmienną niezależną przyjąć natężenie prądu  $I_A$ . Liczba punktów pomiarowych  $\geq 10$ , a ich rozmieszczenie na osi natężenia prądu w przybliżeniu równomierne.
- Wartości prądów i napięć odczytywać i zapisywać z pełną dokładnością.
- Obliczyć wartości rezystancji przyrostowych  $R_P$  (tab. 3) na podstawie dwóch sąsiednich punktów pomiarowych  $j, k$  (w sensie wartości prądu  $I_A$ ), biorąc punkty o numerach (1, 2), (2, 3), (3, 4), itd. Wartości natężenia prądu  $I_P$  obliczać jako średnią z wybranych punktów:  $I_P = \frac{1}{2} (I_{Aj} + I_{Ak})$ .
- Zaleca się powtórzyć obliczenia wartości rezystancji przyrostowych  $R_P$  (tab. 3) z dwóch, nie sąsiednich punktów pomiarowych (w sensie wartości prądu  $I_A$ ) lecz bliskich: (1, 3), (2, 4), (3, 5), itd.
- Charakterystyki napięciowo - prądowe badanych elementów zaleca się umieścić na wspólnym wykresie  $U = f(I)$ . Podobnie postąpić przy realizacji wykresów w punktach 1.4 i 1.5.

**Ćwiczenie nr 4. Liniowe i nieliniowe elementy biernie obwodów elektrycznych****2. Wprowadzenie**

Pomiar pośredni występuje wtedy, gdy wynik pomiaru nie jest bezpośrednio wskazany przez przyrząd pomiarowy, najczęściej jest on funkcją wyników kilku pomiarów bezpośrednich. Zagadnienia występujące w pomiarach pośrednich zostaną przedstawione na przykładzie pomiaru rezystancji w obwodach prądu stałego. Rezystancja określa właściwości dwójnika w obwodach prądu stałego lub składowej czynnej impedancji w obwodach prądu zmiennego. Wyróżnia się elementy liniowe i nieliniowe, zależnie od kształtu ich charakterystyki napięciowo-prądowej.

Rezystory *liniowe* mają stałą wartość rezystancji, niezależną od wartości prądu płynącego przez ten rezystor. Do opisu rezystorów *nieliniowych* wprowadza się trzy typy rezystancji: *statyczną*, *przyrostową* i *dynamiczną*.

Rezystancje statyczną i przyrostową definiuje się dla prądu stałego, w warunkach ustalonych termicznie, w następujący sposób:

- statyczna  $R_S$  – stosunek spadku napięcia  $U$  na rezystorze do prądu  $I$  płynącego przez rezystor:

$$R_S = \frac{U}{I}$$

- przyrostowa  $R_P$  – stosunek przyrostu spadku napięcia  $\Delta U_P$  na rezystorze do przyrostu prądu  $\Delta I_P$

$$\text{wywołującego ten spadek:} \quad R_P = \frac{\Delta U_P}{\Delta I_P}$$

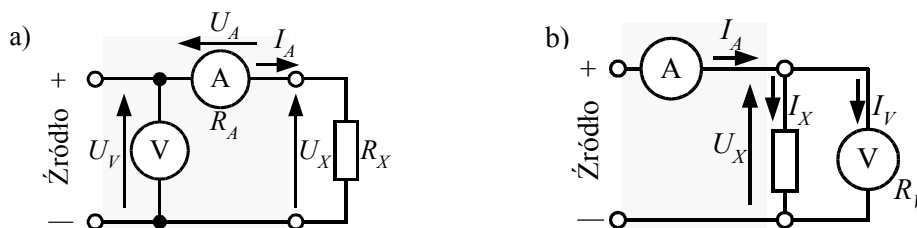
*Rezystancja dynamiczna* – jest definiowana przy prądzie zmiennym występującym razem z prądem stałym, amplituda prądu zmiennego powinna być znacznie mniejsza od prądu stałego.

Rezystancje: statyczna, przyrostowa, dynamiczna mogą mieć wartości zbliżone lub mogą się znacznie różnić między sobą w zależności od typu rezystora.

W rezystorze liniowym rezystancje: statyczna, przyrostowa i dynamiczna są sobie równe.

Rezystancję można mierzyć bezpośrednio za pomocą omomierza (analogowy, cyfrowy), mostka czteroramiennego Wheatstone'a, mostka sześcioramiennego Thomsona (jeśli mała wartość  $R$ ) oraz pośrednio przy zastosowaniu metod: technicznej lub porównawczej.

Pomiar rezystancji metodą techniczną polega na pomiarze: prądu  $I_X$  płynącego przez rezystor i spadku napięcia  $U_X$  wywołanego tym prądem. Wartość rezystancji oblicza się z prawa Ohma. Stosuje się dwa układy pomiarowe: układ z poprawnym pomiarem prądu (*PPP*) i układ z poprawnym pomiarem napięcia (*PPN*) dlatego, że nie można jednocześnie zmierzyć poprawnie prądu płynącego przez rezystor i spadku napięcia na rezystorze (rys.2). Ten fakt jest źródłem błędów systematycznych nazywanego błędem metody<sup>1</sup>.



Rys.2. Metoda techniczna pomiaru rezystancji.

- układ pomiarowy z poprawnym pomiarem prądu (*PPP*) płynącego przez rezystor - napięcie wskazane przez woltmierz jest powiększone o spadek napięcia na amperomierzu:  $U_V = U_X + U_A$ ,
- układ pomiarowy z poprawnym pomiarem napięcia (*PPN*) na rezystorze – prąd wskazany przez amperomierz jest powiększony o prąd pobierany przez woltmierz:  $I_A = I_X + I_V$

Układ *PPN* jest stosowany do pomiaru małych wartości rezystancji mierzonej (w stosunku do rezystancji woltmierz), zaś w układzie *PPP* błąd metody maleje wraz ze wzrostem wartości rezystancji mierzonej (w stosunku do rezystancji amperomierza).

<sup>1</sup> Przy znajomości rezystancji wewnętrznej przyrządu pomiarowego (amperomierza w układzie *PPP* lub woltmierz w układzie *PPN*), wartość tego błędów można obliczyć i uwzględnić w wyniku w formie poprawki, uzyskując w ten sposób poprawną wartość wielkości mierzonej, tzn. nieobciążoną błędem metody. Wartość poprawna rezystancji jest wyznaczona z niepewnością wynikającą z dokładności użytych przyrządów.

**Ćwiczenie nr 4. Liniowe i nieliniowe elementy bierne obwodów elektrycznych**

W przypadku, kiedy błąd metody jest pomijalnie mały w stosunku do niepewności pomiaru rezystancji, można stosować wzór uproszczony:

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} \cong \frac{U_V}{I_A} \quad \text{gdzie: } U_V, I_A - \text{odpowiednio wskazania woltomierza i amperomierza}$$

Niepewność wyniku pomiaru rezystancji statycznej, wyznaczono metodą różniczki zupełnej:

$$\delta R_x = (\delta U_x + \delta I_x)$$

Jest ona sumą niepewności względnych pomiaru: napięcia  $\delta U_x$  i prądu  $\delta I_x$ .

Rezystancję przyrostową  $R_p$ , która występuje przy prądzie  $I_p$ , wyznacza się na podstawie dwóch punktów pomiarowych  $j, k$  o współrzędnych:  $(I_j, U_j)$  i  $(I_k, U_k)$  według wzoru:

$$R_p = \frac{U_k - U_j}{I_k - I_j}$$

Jest to uśredniona wartość rezystancji z przedziału zawartego pomiędzy tymi punktami. Jest ona przypisana do prądu  $I_p$ , który jest średnią z tego przedziału:  $I_p = \frac{1}{2}(I_j + I_k)$ .

Niepewność pomiaru rezystancji przyrostowej również  $\delta R_p$  wyznaczono metodą różniczki zupełnej:

$$\delta R_p = \left| \frac{\Delta U_k + \Delta U_j}{U_k - U_j} \right| + \left| \frac{\Delta I_k + \Delta I_j}{I_k - I_j} \right|,$$

gdzie:  $\Delta U_j, \Delta U_k, \Delta I_j, \Delta I_k$  - niepewności pomiarów, odpowiednio: napięć i prądów.

Niepewność wyznaczenia rezystancji przyrostowej zależy od niepewności wyznaczenia przyrostów napięcia i prądu oraz od odległości pomiędzy tymi punktami.

**3. Obliczanie niepewności w pomiarach pośrednich**

Do obliczania niepewności pomiaru pośredniego zalecane jest stosowanie *metody różniczki zupełnej*<sup>2</sup>. Zostanie to wyjaśnione na przykładzie funkcji trzech zmiennych:

$$w = f(x, y, t).$$

Wartości zmiennych  $x, y, t$ , reprezentują wyniki pomiarów bezpośrednich. Jeśli są znane niepewności pomiarów bezpośrednich, to niepewność pomiaru pośredniego  $\Delta w_R$  oblicza się z następującej zależności:

$$\Delta w_R = \frac{\partial w}{\partial x} \Delta x_R + \frac{\partial w}{\partial y} \Delta y_R + \frac{\partial w}{\partial t} \Delta t_R \quad (1)$$

gdzie:  $\frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}, \frac{\partial w}{\partial t}$  - pochodne cząstkowe<sup>3</sup> funkcji  $w(x, y, t)$  odpowiednio dla zmiennych  $x, y, t$ ,

$\Delta x_R, \Delta y_R, \Delta t_R$  - niepewności pomiarów bezpośrednich.

Niepewność pomiaru pośredniego  $\Delta w$  wyznacza się jako przypadek najgorszy z możliwych. Oblicza się z następującej zależności:

$$\Delta w = \left| \frac{\partial w}{\partial x} \Delta x \right| + \left| \frac{\partial w}{\partial y} \Delta y \right| + \left| \frac{\partial w}{\partial t} \Delta t \right| \quad (2)$$

gdzie:  $\Delta x, \Delta y, \Delta t$  - niepewności pomiarów bezpośrednich

$|\cdot|$  - moduł wartości (wartość bezwzględna), użycie tego operatora zapewnia maksymalną możliwą wartość błędu.

**Uwaga!**

W praktyce często spotykaną postacią funkcji jest iloczyn wielkości pośrednich, które mogą wystąpić w dowolnych potęgach np.:

$$w = A \cdot x^m \cdot y^n \cdot t^k \quad (3)$$

gdzie:  $x, y, t$  - zmienne reprezentujące wyniki pomiarów bezpośrednich,  
 $m, n, k$  - liczby rzeczywiste będące wykładnikami potęg,  $A$  - stała.

<sup>2</sup> Funkcja wyrażająca wartość wyniku pomiaru pośredniego musi być ciągła i różniczkowalna.

<sup>3</sup> Pochodną cząstkową funkcji wielu zmiennych dla wybranej zmiennej oblicza się w ten sposób, że pozostałe zmienne traktuje się jako stałe.

**Ćwiczenie nr 4. Liniowe i nieliniowe elementy bierne obwodów elektrycznych**

W tym szczególnym przypadku, do obliczania niepewności jest znacznie wygodniej skorzystać z metody różniczki logarytmicznej. W tej metodzie najpierw należy wykonać operację logarytmowania (otrzymuje się sumę logarytmów poszczególnych zmiennych), a następnie postąpić podobnie jak przy obliczaniu niepewności metodą różniczki zupełnej. Wynikiem tych operacji jest zależność:

$$\delta w = |m \cdot \delta x| + |n \cdot \delta y| + |k \cdot \delta t|, \quad (4)$$

gdzie:  $\delta w$ ,  $\delta x$ ,  $\delta y$ ,  $\delta t$  - niepewności względne:  $\delta w = \frac{\Delta w}{w}$ ,  $\delta x = \frac{\Delta x}{x}$ ,  $\delta y = \frac{\Delta y}{y}$ ,  $\delta t = \frac{\Delta t}{t}$ .

W tym przypadku, niepewność względna pomiaru pośredniego  $\delta w$  jest sumą niepewności względnych pomiarów bezpośrednich wziętych z wagą proporcjonalną do wykładnika potęgi, z jakim dany wynik pomiaru bezpośredniego występuje w wyrażeniu na wartość pomiaru pośredniego.

**Przykład 1.** Dane są wartości pomiarów bezpośrednich i ich niepewności:  $x \pm \Delta x$ ,  $y \pm \Delta y$ . Wyznaczyć niepewność bezwzględną pomiaru  $\Delta w$  dla wyrażenia:  $w(x, y) = A \cdot x - B \cdot y$ ;  $A$  i  $B$  – stałe.

*Rozwiązanie:*

Korzystając ze wzoru (2) obliczono najpierw wartości pochodnych:  $\frac{\partial w(x, y)}{\partial x} = A$ ,  $\frac{\partial w(x, y)}{\partial y} = -B$ ,

a następnie po podstawieniu do wzoru (2) otrzymano:  $\Delta w = (|A \cdot \Delta x| + |-B \cdot \Delta y|)$

Ostatecznie po wykonaniu operacji  $|-|$  otrzymano wyrażenie na niepewność:  $\Delta w = (A \cdot \Delta x + B \cdot \Delta y)$

**Przykład 2.** Zmierzona częstotliwość drgań obwodu rezonansowego złożonego z indukcyjności  $L$  i pojemności  $C = 1000$  pF (niepewność wykonania  $\pm 0,1$  %) wynosi  $50,15$  kHz  $\pm 0,05$  kHz. Obliczyć wartość indukcyjności  $L$  [mH] i bezwzględną niepewność jej wyznaczenia.

Częstotliwość drgań obwodu rezonansowego wyraża się wzorem:  $f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$ .

*Rozwiązanie:* Dane:  $f = 50,15$  kHz =  $50,15 \cdot 10^3$  Hz,  $C = 1000$  pF =  $1 \cdot 10^{-9}$  F.

Po przekształceniu, poszukiwania wartość indukcyjności  $L$  wyraża się wzorem:  $L = \frac{1}{(2\pi f)^2 C}$ , zatem:

$$L = \frac{1}{(2\pi \cdot 50,15 \cdot 10^3 [\text{Hz}])^2 \cdot 1000 \cdot 10^{-12} [\text{F}]} = 0,010071598 [\text{H}] = 10,071598 [\text{mH}].$$

Jak można zauważyć, funkcja wyrażająca indukcyjność  $L$  ma postaci iloczynu zmiennych. Dla ułatwienia wzór na  $L$  zapisano w postaci:  $L = \frac{1}{4} \pi^{-2} \cdot f^{-2} \cdot C^{-1}$ .

W takim przypadku, wartość niepewności względnej  $\delta L$ , można obliczyć korzystając ze wzoru (4):

$$\delta L = |-2\delta\pi| + |-2\delta f| + |-\delta C|.$$

Po wyznaczeniu wartości bezwzględnych (operacja  $|-|$ ) ostatecznie otrzymano:

$$\delta L = 2\delta\pi + 2\delta f + \delta C, \quad \text{gdzie: } \delta L = \frac{\Delta L}{L}, \quad \delta\pi = \frac{\Delta\pi}{\pi}, \quad \delta f = \frac{\Delta f}{f}, \quad \delta C = \frac{\Delta C}{C}$$

Przyjmując, że błąd przybliżenia<sup>4</sup> liczby  $\pi$  jest pomijalnie mały, wyrażenie na  $\delta L$  się upraszcza i przyjmuje wartość:

$$\delta L[\%] = 2\delta f + \delta C = 2 \cdot \frac{0,05 [\text{kHz}]}{50,15 [\text{kHz}]} \cdot 100\% + 0,1\% \cong 0,3 \%,$$

$$\text{stąd: } \Delta L = \delta L \cdot L = 0,3\% \cdot L = 0,003 \cdot 10,071598 [\text{mH}] \cong 0,03 [\text{mH}].$$

Ostatecznie poszukiwana indukcyjność wraz z niepewnością przyjmuje wartość:  $L = (10,07 \pm 0,03)$  mH.

<sup>4</sup> Kalkulatory "inżynierskie" mają wartość  $\pi$  zapisaną w swojej pamięci z dokładnością przynajmniej do 8 cyfr znaczących, w takim przypadku błąd przybliżenia jest do pominięcia, natomiast przybliżenie  $\pi$  liczbą 3,14 jest obciążone ujemnym błędem o wartości  $-0,05$  %.

**Ćwiczenie nr 4. Liniowe i nieliniowe elementy bierne obwodów elektrycznych****4. Zadania i pytania kontrolne**

- Zastosować metodę różniczki zupełnej do obliczenia niepewności wyznaczenia w dla następujących wyrażeń:  $W = 2y^2 - 4xy$ ,  $Z = 5x^3/y^2$ . Wartości niepewności  $\Delta x$  i  $\Delta y$  są znane.  
*Uwaga. Zastosowanie metody różniczki logarytmicznej do wyrażenia Z pozwala na uproszczenie obliczeń.*
- Zastosować metodę różniczki zupełnej do obliczenia niepewności bezwzględnej dla

$$\text{następujących wyrażeń: } W_1 = \sqrt{x^2 + y^2}, W_2 = \sqrt{x^2 - y^2}, W_3 = \arcsin\left(\frac{x}{y}\right), W_4 = \arccos\left(\frac{x}{y}\right).$$

Wartości niepewności bezwzględnych  $\Delta x$  i  $\Delta y$  są znane.

*Uwaga. W obliczeniach należy uwzględnić pochodną wewnętrzną.*

- Czy wyniki pomiaru rezystancji omomierzem cyfrowym na jego różnych zakresach pomiarowych będą zgodne ze sobą z dokładnością do niepewności pomiaru w przypadku:
  - rezystora liniowego?
  - diody półprzewodnikowej w kierunku przewodzenia?*Uwagi: 1) Zgodność wyników oznacza wspólny przedział wartości. 2) Omomierz wymusza prąd, który płynie przez mierzony element. Zmiana zakresu powoduje zmianę wartości tego prądu.*
- Wyznaczyć częstotliwość sygnału i jej niepewność, jeśli zmierzony okres drgań ma wartość  $T = 82 \text{ ms} \pm 2 \text{ ms}$ . Zapisać poprawnie wynik  $f \pm \Delta f_x$ .
- Woltomierzem analogowym klasy 0,5 na zakresie 7,5 V zmierzono napięcia dwóch źródeł otrzymując następujące wyniki:  $U_1 = 7,35 \text{ V}$ ,  $U_2 = 6,00 \text{ V}$ . Obliczyć sumę ( $U_S = U_1 + U_2$ ) i różnicę ( $U_R = U_1 - U_2$ ) tych napięć oraz niepewność względną i bezwzględną ich określenia.
- Wyniki pomiaru spadków napięcia na pewnej rezystancji przy dwóch różnych prądach są następujące:  $I_1 = 10,8 \text{ mA} \pm 0,1 \text{ mA}$ ,  $U_1 = 3,24 \text{ V} \pm 0,02 \text{ V}$ ;  $I_2 = 12,2 \text{ mA} \pm 0,1 \text{ mA}$ ,  $U_2 = 4,05 \text{ V} \pm 0,02 \text{ V}$ . Czy badany element jest elementem liniowym?  
*Uwaga. Obliczyć wartości rezystancji oraz określić ich niepewności.*
- Oszacować minimalną wartość niepewności względnej  $\delta R$  pomiaru rezystancji metodą techniczną, jeśli wiadomo, że do pomiaru prądu zastosowano amperomierz analogowy o wskaźniku klasy 0,5, a do pomiaru spadku napięcia woltomierz analogowy kl. 0,2.
- Określić jak zmieni się niepewność określenia rezystancji przyrostowej  $R_p$ , jeśli odległość pomiędzy punktami pomiarowymi wybranymi do określenia tej rezystancji zostanie zmniejszona dwukrotnie? *Uwaga. Przyjąć, że bezwzględne niepewności pomiaru prądów i napięć nie ulegną zmianie.*
- Podać, jakiej relacji należy oczekiwać w układzie PPN pomiędzy rezystancją obliczoną ( $R_{obl} = U_V / I_A$ ) jako iloraz napięcia  $U_V$  wskazanego przez woltomierz o rezystancji  $R_V$  i prądu  $I_A$  wskazanego przez amperomierz, a rezystancją mierzonego rezystora  $R_X$ :
  - $R_{obl} < R_X$
  - $R_{obl} = R_X$
  - $R_{obl} > R_X$

**Odpowiedzi:**

$$1. \Delta W = 4|y - x| \cdot \Delta y + 4|y| \Delta x, \quad \delta Z = 3|\delta x| + 2|\delta y|$$

$$2. \Delta W_1 = \frac{|x \cdot \Delta x| + |y \cdot \Delta y|}{W_1}, \quad \Delta W_2 = \frac{|x \cdot \Delta x| + |y \cdot \Delta y|}{W_2}$$

$$\Delta W_3 = \Delta W_4 = \frac{|x|}{\sqrt{y^2 - x^2}} \left( \frac{\Delta x}{|x|} + \frac{\Delta y}{|y|} \right) [\text{rad}]$$

- a) tak, element liniowy, b) nie, bo ze zmianą prądu zmieni się rezystancja statyczna diody – element nieliniowy.

$$4. f = 12,2 \text{ Hz} \pm 0,3 \text{ Hz}$$

$$5. U_S = 13,35 \text{ V} \pm 0,08 \text{ V}, \quad \delta U_S = 0,6 \%$$

$$U_R = 1,35 \text{ V} \pm 0,08 \text{ V}, \quad \delta U_R = 5,6 \%$$

- Nie jest, ponieważ wartości rezystancji nie mają wspólnego przedziału niepewności.

- $\delta R_{min} = 0,7 \%$ . Wystąpi to dla minimalnych niepewności pomiaru napięcia  $\delta U_{Rmin}$  i prądu  $\delta I_{Rmin}$ . Ten przypadek ma miejsce, gdy mierzona wartość jest bliska lub równa wartości zakresu przyrządu.

Dla przyrządów analogowych  $\delta X_{min}[\%] = kl$ .

- wzrośnie od 2 do 4 razy – patrz str. 3.

- a) ponieważ  $R_{obl}$  to równoległe połączenie  $R_X$  i  $R_V$ .

**5. Zestaw przyrządów (na jedno stanowisko):**

makieta źródła napięcia (zielona), woltomierz cyfrowy, amperomierz cyfrowy, dekada oporowa, zestaw elementów (żarówka, rezystor, dioda świecąca)

*Opracował:* dr inż. Adam Krzywaźnia

Institut Inżynierii Biomedycznej i Pomiarowej Wydziału PPT Politechniki Wrocławskiej